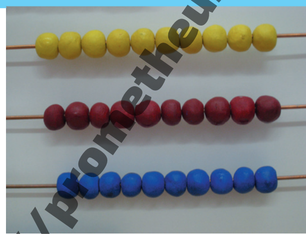
OBSAH

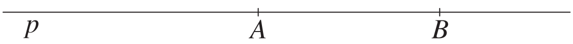
1. Základní planimetrické pojmy

1.1 Přímka a její části



Dvěma různými body je určena jediná **přímka**.

Na obr. 1.1 je přímka p určena body A, B, což symbolicky zapisujeme $p = \overleftrightarrow{AB}$ $(A \neq B)$.



Obr. 1.1

Říkáme, že body A, B leží na přímce p $(A \in p,\ B \in p)$ nebo že přímka p prochází body A, B.

Libovolný bod rozděluje přímku, na níž leží, na dvě části – na dvě **navzájem opačné polopřímky**.

Např. bod P, který na obr. 1.2 leží mezi body A, B, je společným **počátkem** polopřímek PA, PB, které symbolicky označujeme $\mapsto PA$ a $\mapsto PB$. Polopřímku PA s počátkem P můžeme definovat jako množinu všech bodů X přímky PA, pro které platí, že bod P neleží mezi body A a X.

Obr. 1.2

Úsečka AB je průnikem polopřímek AB a BA. Symbolicky zapisujeme $AB = {} \mapsto AB \cap \mapsto BA$.

Úsečka je tedy tvořena **krajními** body A, B a všemi svými **vnitřními** body, tj. body ležícími mezi body A a B.

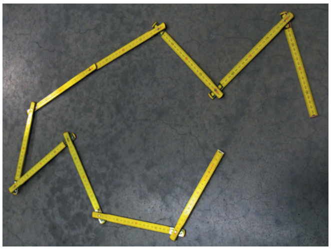
Obr. 1.3

Vzdálenost bodů A, B je **délkou úsečky** AB. Délka úsečky AB se označuje $|AB|$. Má-li úsečka AB délku d, píšeme $|AB| = d$.

2. Mnohoúhelníky a kružnice

2.1 Mnohoúhelníky

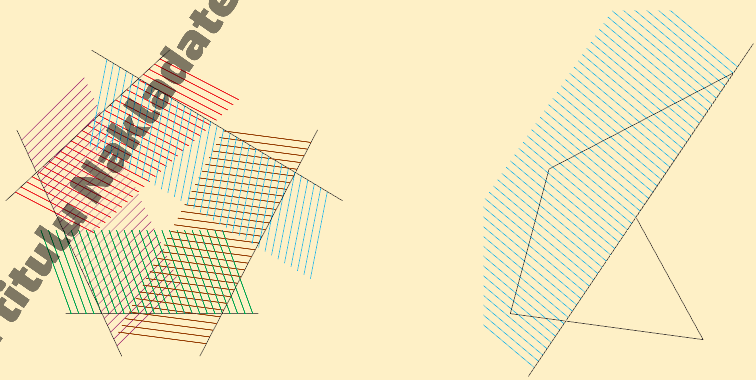
A Připomeňte si, jak vypadá lomená čára. Načrtněte si nějakou.



Mnohoúhelníkem (*n*-**úhelníkem**) rozumíme ohraničený rovinný útvar, jehož hranicí je uzavřená lomená čára s *n* vrcholy, která sama sebe neprotíná a *n* je přirozené číslo větší než 2.

Nejčastěji budeme pracovat s tzv. konvexními mnohoúhelníky.

B **Mnohoúhelník** nazýváme **konvexní**, je-li průnikem polorovin, které obsahují všechny vnitřní body mnohoúhelníku a jejichž hraniční přímky jsou prodloužením stran tohoto mnohoúhelníku (obr. 2.1).



a) konvexní b) nekonvexní

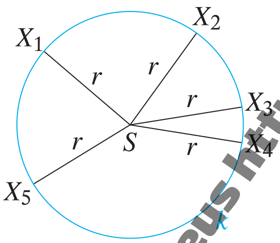
Obr. 2.1

3. Konstrukční úlohy

3.1 Množiny bodů dané vlastnosti

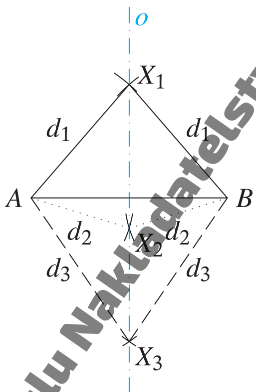
Některé geometrické útvary můžeme popsat pomocí jejich charakteristické vlastnosti. Například víme, že

- **kružnice** k se středem S a poloměrem r je množina všech bodů v rovině ϱ, které mají od daného bodu S této roviny danou vzdálenost r (obr. 3.1). Symbolicky zapisujeme $k(S, r) = \{X \in \varrho;\ |XS| = r\}$;

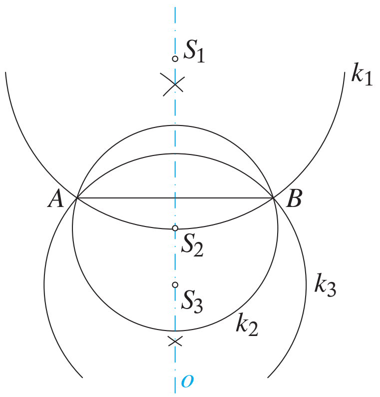


Obr. 3.1

- **osa úsečky** AB je množina všech bodů v rovině, které mají od bodů A, B stejnou vzdálenost (obr. 3.2). Symbolicky zapisujeme $o = \{X \in \varrho;\ |AX| = |BX|\}$;



Obr. 3.2



Obr. 3.3

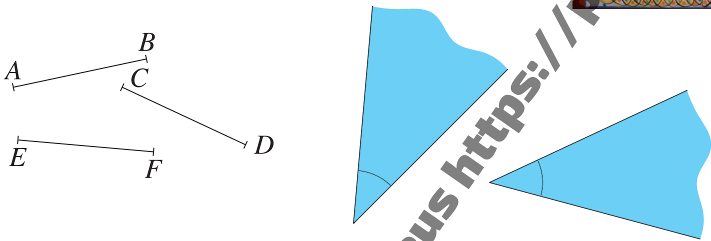
ale také:

- **osa úsečky** AB je množinou středů všech kružnic procházejících body A, B (obr. 3.3).

4. Geometrická zobrazení v rovině

4.1 Shodná zobrazení

A Najděte ve svém okolí shodné geometrické útvary. Jaké dva geometrické útvary považujeme za shodné?
Jak pomocí kružítka zjistíte, jsou-li úsečky a úhly na obr. 4.1 shodné?



Obr. 4.1

Setkali jste se již s pojmem zobrazení? Kde?

Je-li každému bodu X roviny přiřazen (určitým předpisem) právě jeden bod X' této roviny, hovoříme o **zobrazení v rovině**. Bod X' je **obraz bodu** X, bod X se nazývá **vzor bodu** X'. V zobrazení označeném Z píšeme $X' = \mathsf{Z}(X)$.

Bod M roviny ϱ nazýváme **samodružným bodem** daného zobrazení v rovině, splyne-li se svým obrazem M', tj. $M = M'$.

Geometrický útvar U nazýváme **samodružným útvarem** daného zobrazení v rovině, jestliže pro každý bod X roviny platí $X \in \mathsf{U} \Rightarrow X' \in \mathsf{U}$, kde X' je obrazem bodu X.

Zobrazení v rovině se nazývá **shodné zobrazení** neboli shodnost, jestliže pro každé dva body X, Y roviny platí $|XY| = |X'Y'|$, kde X', Y' jsou obrazy bodů X, Y.

Dva geometrické útvary jsou shodné, existuje-li shodné zobrazení, které převádí jeden na druhý.

B Zjistěte pomocí průsvitného papíru, které z geometrických útvarů na obr. 4.2 jsou shodné. Můžete také použít kopírku a nůžky nebo kružítko a pravítko.

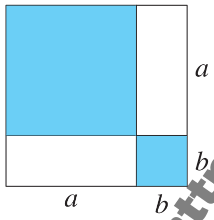
5. Úlohy k opakování

1 Popište a zdůvodněte konstrukci rovnoběžek a kolmic pomocí dvou trojúhelníkových pravítek.

2 Kolik os souměrnosti mohou mít osově souměrné čtyřúhelníky?

3 Jmenujte středově souměrné čtyřúhelníky.

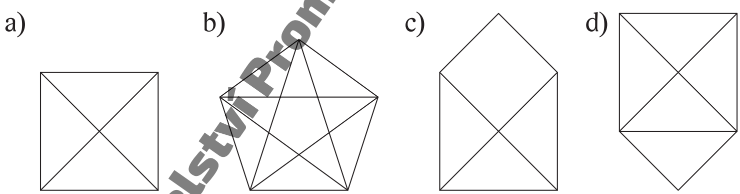
4 Pomocí obrázku 5.1 dokažte vzorec pro $(a + b)^2$.



Obr. 5.1

5 Nejdříve odhadněte a pak sečtěte velikosti všech vnitřních úhlů daného trojúhelníku a všech trojúhelníků, které vzniknou zakreslením všech jeho těžnic.

6 Které z uzavřených lomených čar na obr. 5.2 nakreslíte jedním tahem bez přerušení, nesmíte-li již nakreslené úsečky obtahovat? (*Proč?)



Obr. 5.2

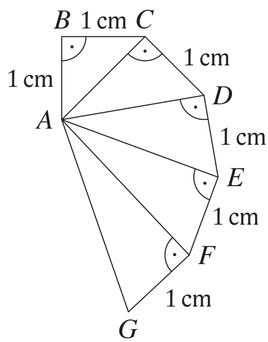
7 Daný trojúhelník (rovnoběžník) rozdělte několika způsoby na tři části, které mají stejný obsah.

8 Vypočítejte délku x strany čtverce, který má stejný obsah jako rovnoramenný trojúhelník o základně délky $a = 8$ cm a ramenu délky $b = 5$ cm.

9 Vystřihněte z papíru ostroúhlý trojúhelník. Pouze jeho překládáním najděte střed kružnice opsané a vepsané.

10 Sestrojte úsečku, jejíž délka je aritmetickým průměrem délek dvou daných rovnoběžných úseček.

11 Určete postupně délky úseček AC, AD, AE, AF a AG na obr. 5.3, je-li ABC pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník s odvěsnami délky 1 cm.

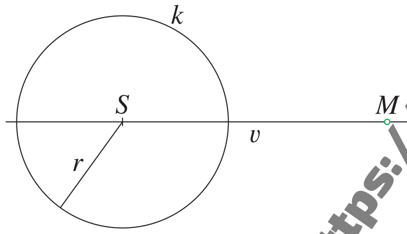


Obr. 5.3

6. Rozšiřující učivo

6.1 Mocnost bodu ke kružnici

Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod M. Je-li $|MS| > r$ ($|MS| < r$), říkáme, že M je bodem vnější (vnitřní) oblasti kružnice k.



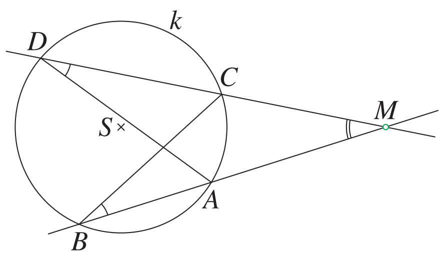
Obr. 6.1

Mocností bodu M ke kružnici $k(S, r)$ nazveme číslo $\mu = v^2 - r^2$, kde $v = |MS|$.

Úmluva. Mocnost bodu ke kružnici vyjadřuje vztah mezi číselnými hodnotami délek příslušných úseček. I v dalším textu této kapitoly se budeme takovými vztahy zabývat a pro jednodušší vyjadřování budeme číselné hodnoty délek úseček značit stejně jako jejich délky.

Je-li M bodem vnější oblasti kružnice k, pak $\mu > 0$; pro $M \in k$ je $\mu = 0$ a v případě, že M je bodem vnitřní oblasti kružnice k, je $\mu < 0$.

Pro průsečíky A, B a C, D dvou sečen kružnice k, které procházejí bodem M, platí $|MA| \cdot |MB| = |MC| \cdot |MD|$.



Obr. 6.2

7. Výsledky úloh

1. Základní planimetrické pojmy

1.1 Přímka a její části

2 Pohybující se bod opisuje úsečku (přímku), urazí-li z libovolné své polohy do jiné polohy nejkratší dráhu. **3** a) Úsečky stejné délky, lze je přemístit tak, že se kryjí; b), c) každé. **5** 23. **6** a) i b) $\frac{1}{2}n(n-1)$. **7** a) Pravdivý; b) nepravdivý; c) pravdivý; d) tvrzení není výrok.

1.2 Dvě přímky, rovnoběžnost přímek

5 V $\frac{1}{2}n(n-1)$ bodech. **6** Žádná, tři nebo čtyři. **7** Počet průsečíků: 1, 4, 6. **8** Nejvýše 105.

1.3 Polorovina

1 Pro každý bod hraniční přímky. **3** Ano. **4** 12 polorovin. **5** $1+\frac{1}{2}n(n+1)$.

1.4 Úhly

2 Např. jako třistašedesátinu plného úhlu. **3** Úhly stejné velikosti; úhly, které lze přemístit tak, že se kryjí. **5** Pět případů. **6** b) $\alpha = 135° - 30°$; $\beta = 60° + 22°30'$. **7** a) O 240°; b) o 120°. **8** a) O 360°; b) o 180°; c) o 60°; d) o 6°. **9** a) 90°; b) 30°; c) 150°. **10** O 15°. **11** Skauti došli zpět do tábora. **12** 1°35′. **14** a) 4; b) 2. **16** $45° - \frac{1}{2}\alpha < \beta < 90° - \alpha$, tj. $26° < \beta < 52°$.
17 Hledané úhly označíme ξ a v, pak $v = k\cdot\xi$ a $\xi + k\cdot\xi = 180°$, odkud $\xi = \frac{180°}{k+1}$; $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 14, 17, 19, 29, 35, 44, 59, 89, 179\}$.

1.5 Kolmost přímek

2 Není. **5** a **6** Pomocí vlastností stran a úhlopříček kosočtverce. **9** Dvě polopřímky a) kolmé; b) opačné. **10** Řešte pomocí shodnosti úhlu dopadu a odrazu, věty o souhlasných a střídavých úhlech a rovnoběžnosti či kolmosti směrů mantinelů. **11** $\alpha = 40°$, $\beta = 50°$, $\gamma = 60°$. **12** Pozor na letní čas.

1.6 Trojúhelník

2 Např. $|CT| : |TT_c| = 2:1$, $T_bT_c \parallel BC$ a $|T_bT_c| = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}|BC|$. **4** Devětkrát. **5** 2 cm. **7** S trojúhelníku S_1BR_1 2 cm^2, S trojúhelníku AS_2C 6 cm^2, S trojúhelníku CR_2K 1 cm^2, S trojúhelníku CKS_2 3 cm^2, S trojúhelníku S_2S_1K 3 cm^2, S čtyřúhelníku $KR_2R_1S_1$ 3 cm^2. **9** e) Dvě rovnoběžky ve vzdálenosti v_c protněte příčkou,