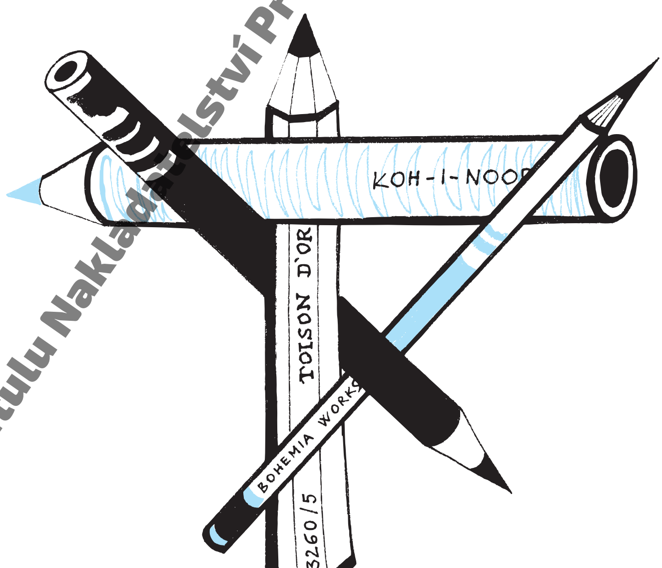
OBSAH

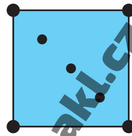
ÚVOD

Pojem *hranolu*, který už znáte, poprvé přesně popsali řečtí matematikové *Eukleides* a *Archimedes* už ve 3. století před Kristem. Dospěli k němu při odvozování pravidel pro výpočet objemů „hranatých“ těles, které dnes nazýváme *mnohostěny*. Různá, více či méně přesná pravidla pro výpočet objemů těles a obsahů ploch, které je omezují, však byly známy mnohem dříve obyvatelům starého Egypta, Mezopotámie a Číny. Potřebovali je v každodenní praxi, zejména při stavebních pracích. Jistě pochopíme, že například egyptské stavitele zajímal odhad množství kamene potřebného ke stavbě pyramid.

Dříve než se naučíme počítat *povrch* a *objem* hranolů, seznámíme se s těmito tělesy blíže. Abychom mohli lépe zkoumat tvar a vzájemnou polohu různých prostorových útvarů, naučíme se kreslit názorné obrázky těles. (Prohlédněte si popletený obrázek čtyř tužek.) Dozvíme se také něco o *sítích* hranolů. Tyto sítě mají praktický význam při průmyslové výrobě různých krabiček a obalů. My je využijeme nejen ke zhotovování pěkných papírových modelů, ale i k řešení zajímavých úloh o stěnách hranolů.



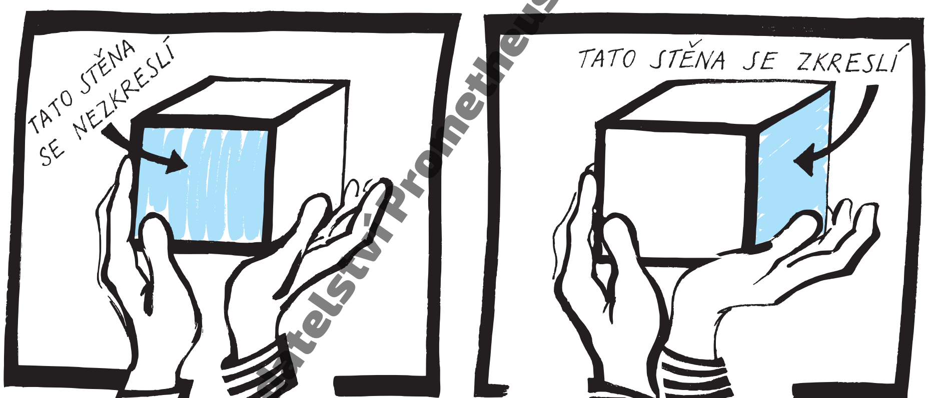
Naopak nejméně názorný je prostřední obrázek, kdy kostku vidíme v *přímém pohledu*. Na něm každý z vrcholů čtverce zakrývá celou hranu kostky, která směřuje „dozadu“ za nákresnu. Tyto čtyři hrany jsou příkladem úseček, které jsou *kolmé* k nákresně.



Všechny čtyři nejnázornější obrázky kostky jsou nakresleny podle těchto pravidel:

- Leží-li útvar v rovině rovnoběžné s nákresnou, zobrazí se nezkresleně (ve skutečné velikosti).
- Rovnoběžné a shodné úsečky se zobrazí jako rovnoběžné a shodné úsečky.
- Úsečka kolmá k nákresně se zobrazí jako úsečka, svírající s vodorovnou přímkou úhel o velikosti 45°.
- Délka úsečky kolmé k nákresně se zkrátí na polovinu.

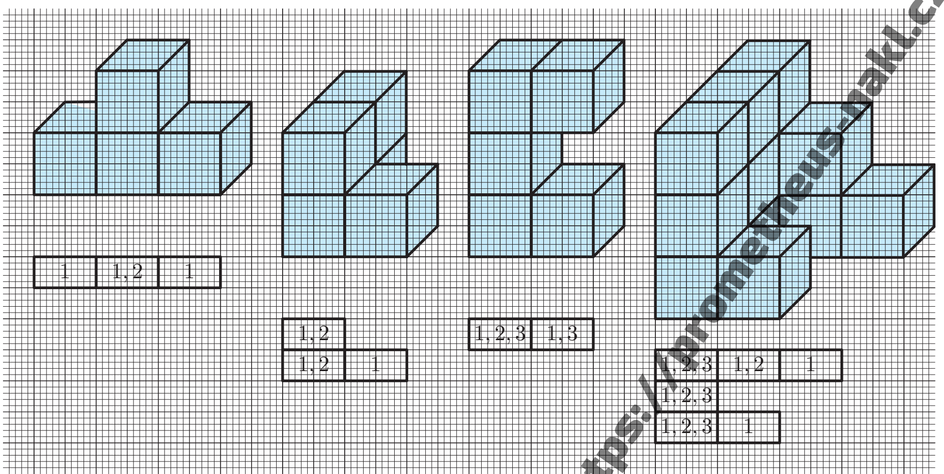
Tato pravidla volného rovnoběžného promítání budeme používat také při znázorňování jiných hranolů a těles.



Jsou-li rozměry zobrazovaného tělesa „velké“, nemůžeme žádnou jeho část nakreslit ve skutečné velikosti, například proto, že se nám do sešitu „nevejde“. V takovém případě celé těleso zobrazíme *zmenšené*. Přitom si představíme, že všechny jeho rozměry jsou „zkráceny“ ve stejném poměru, podobně jako na fotografii.
Pokud je naopak zobrazované těleso příliš „malé“, znázorníme je *zvětšené*.

Prohlédněte si, jak se ve volném rovnoběžném promítání zobrazí krychle ve všech čtyřech názorných pohledech. Na obrázcích je také vyznačena *viditelnost* hran. Hrací kostka, která nám krychli představuje, je vyrobena z neprůhledného materiálu. Proto některé její hrany nevidíme. Ty při zobrazení rýsujeme *čárkovaně*. V pravém sloupci tabulky je uveden název obrázku v daném pohledu.

7. Na následujícím obrázku jsou znázorněna tělesa složená ze stejných krychlí. Pod nimi je uveden symbolický zápis jejich složení.



a) „Rozšifrujte“ tyto zápisy.

b) Ve volném rovnoběžném promítání načrtněte tělesa podle symbolických zápisů:

1, 2	1	1, 2

T_1

1, 2	1
1	

T_2

1, 3	1, 2, 3

T_3

1, 2, 3	1, 2
1.2	1

T_4

CVIČENÍ 1

□ **1.** Které mnohoúhelníky a v jakém počtu tvoří stěny

a) krychle,

b) čtyřbokého hranolu,

c) trojbokého hranolu,

d) pravidelného čtyřbokého hranolu?

2. Určete počet vrcholů, hran a stěn

a) šestibokého hranolu, b) patnáctibokého hranolu.

Příklad 1. Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého hranolu, jehož podstavná hrana má délku 6 cm a boční hrana 10 cm.

Řešení. Nejprve vypočteme obsah S_1 čtvercové podstavy hranolu:

$$S_1 = 6\,\mathrm{cm} \cdot 6\,\mathrm{cm} = 36\,\mathrm{cm}^2$$

Pro obsah S_2 jedné boční stěny platí:

$$S_2 = 6\,\mathrm{cm} \cdot 10\,\mathrm{cm} = 60\,\mathrm{cm}^2$$

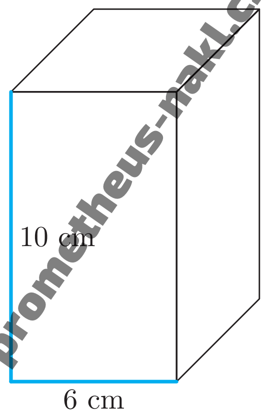
Dosadíme-li vypočtené hodnoty do vzorce

$$S = 2 \cdot S_1 + 4 \cdot S_2,$$

zjistíme, že

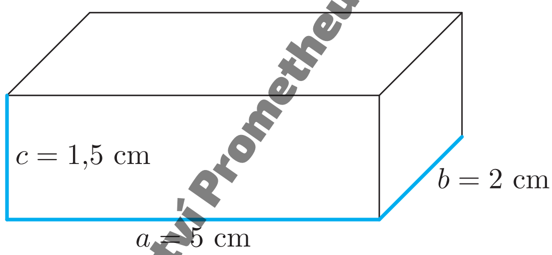
$$S = 2 \cdot 36\,\mathrm{cm}^2 + 4 \cdot 60\,\mathrm{cm}^2 = 312\,\mathrm{cm}^2.$$

Hranol má povrch $312\,\mathrm{cm}^2$.



13. Vypočtěte povrch krychle o hraně 1,2 dm.

14. Určete povrch kvádru, jehož rozměry jsou uvedeny v obrázku:



15. Délka podstavné hrany pravidelného čtyřbokého hranolu je 0,8 dm, délka jeho boční hrany je 10 cm. Určete jeho povrch.

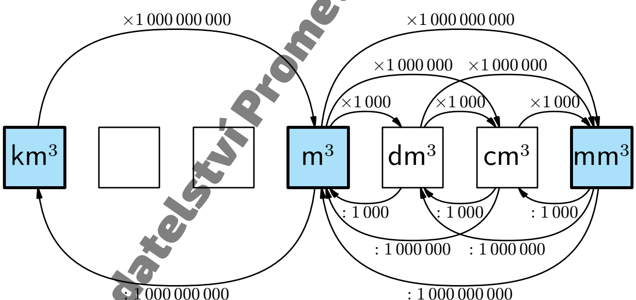
Ve fyzice se za základní jednotku objemu považuje **1 metr krychlový**. Rozdělením krychle o hraně 1 m na $10 \cdot 10 \cdot 10$ krychlí, tj. na 1 000 krychlí o hraně 1 dm, zjistíme, že platí

$$1\,\mathrm{m}^3 = 1\,000\,\mathrm{dm}^3.$$

Podobně je možné odvodit i další převodní vztahy mezi jednotkami objemu. Jsou uvedeny v následující tabulce:

Název	Značka	Převodní vztah
1 kilometr krychlový	$1\,\mathrm{km}^3$	$1\,\mathrm{km}^3 = 1\,000\,000\,000\,\mathrm{m}^3$
1 decimetr krychlový	$1\,\mathrm{dm}^3$	$1\,\mathrm{dm}^3 = 0{,}001\,\mathrm{m}^3$
1 centimetr krychlový	$1\,\mathrm{cm}^3$	$1\,\mathrm{cm}^3 = 0{,}000\,001\,\mathrm{m}^3$
1 milimetr krychlový	$1\,\mathrm{mm}^3$	$1\,\mathrm{mm}^3 = 0{,}000\,000\,001\,\mathrm{m}^3$

Převodní vztahy mezi různými jednotkami objemu lze přehledně znázornit schématem:



4. Doplňte:

a) $1\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3$
$1\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3$
$1\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{mm}^3$

b) $1\,\mathrm{mm}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3$
$1\,\mathrm{mm}^3 = \ldots\ \mathrm{dm}^3$
$1\,\mathrm{mm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3$

5. Vyjádřete v daných jednotkách objemu:

a) $1\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3 = \ldots\ \mathrm{mm}^3$
b) $2\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3 = \ldots\ \mathrm{mm}^3$
c) $25\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3 = \ldots\ \mathrm{mm}^3$
d) $0{,}04\,\mathrm{dm}^3 = \ldots\ \mathrm{m}^3 = \ldots\ \mathrm{cm}^3 = \ldots\ \mathrm{mm}^3$

Na závěr kapitoly uvedeme ještě jednu praktickou úlohu. Její řešení uvádíme z Jakubova a Honzova sešitu.

Příklad 4. Určete, kolik litrů vody je v akváriu tvaru kvádru s obdélníkovou podstavou o rozměrech 1 m a 40 cm. Výška akvária je 60 cm a akvárium je naplněno vodou do dvou třetin výšky.

Jakub

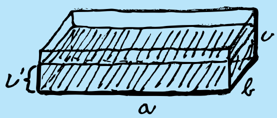
Akvárium – kvádr: $a = 1\,m = 10\,dm$

$b = 40\,cm = 4\,dm$

$c = 60\,cm = 6\,dm$

$c' = \frac{2}{3}c$

? l vody



$c' = \frac{2}{3}c = \frac{2}{3} \cdot 6\,dm = 4\,dm$

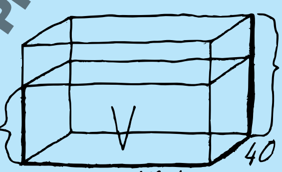
$V' = a \cdot b \cdot c' = 10 \cdot 4 \cdot 4 \cdot dm^3 = 160\,dm^3$

$\underline{\underline{V' = 160\,l}}$

V akváriu je 160 litrů vody.

Honza

akvárium : kvádr



kolik litrů vody?

$V = a \cdot b \cdot c = 10\,dm \cdot 4\,dm \cdot 4\,dm = 160\,dm^3 = \underline{\underline{160\,l}}$

V akváriu je 160 l vody.

10. Do přívěsného vozíku za automobil je možno naložit 442 kg nákladu. Jaký je objem úložného prostoru vozíku, jestliže v prospektu jsou uvedeny jeho vnitřní rozměry: 1 950 mm, 1 560 mm a 1 100 mm?