OBSAH

4.1 ELEKTRICKÝ NÁBOJ A ELEKTRICKÉ POLE

ELEKTRICKÝ NÁBOJ A COULOMBŮV ZÁKON

Elektrické náboje na tělesech vznikají přemístěním určitého počtu elektronů z jednoho tělesa na druhé. Náboj zelektrovaného tělesa je vždy násobkem *elementárního elektrického náboje* $e \doteq 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Vzájemné silové působení elektrických nábojů vyjadřuje *Coulombův zákon*

$$F_\mathrm{e} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

kde Q_1 a Q_2 jsou bodové elektrické náboje a r jejich vzdálenost. V tomto tvaru platí Coulombův zákon také pro dvě rovnoměrně nabité koule, jejichž středy mají vzdálenost r.

Konstanta k má pro vakuum (a přibližně i pro vzduch) hodnotu $k \doteq 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$. Vyjádříme-li ji ve tvaru $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, kde $\varepsilon_0 \doteq 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}}$ je *permitivita vakua*, má Coulombův zákon pro vakuum tvar

$$F_\mathrm{e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Jsou-li náboje Q_1 a Q_2 v určitém homogenním látkovém prostředí, má Coulombův zákon tvar

$$F_\mathrm{e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}}\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

kde ε_r je *relativní permitivita prostředí* a $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}$ *permitivita prostředí.*

✎ *Poznámka*

Velikost elektrické síly $F_\mathrm{e} = |\boldsymbol{F}_\mathrm{e}|$ je vždy kladná veličina, a proto Coulombův zákon by se měl psát ve tvaru $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\,\dfrac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$. Pro zjednodušení zápisu píšeme však Coulombův zákon ve tvaru $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\,\dfrac{Q_1 Q_2}{r^2}$, kde za Q_1 a Q_2 dosazujeme absolutní hodnoty obou nábojů.

a) Intenzita elektrického pole $\boldsymbol{E}$ v bodě C (obr. 9) je rovna vektorovému součtu intenzit o velikostech $E_0 = |\boldsymbol{E}_A| = |\boldsymbol{E}_B|$, které v bodě C vytvářejí kladné náboje umístěné v bodech A a B. Podle obr. 9 platí

$$E = E_0 \cos 30^\circ + E_0 \cos 30^\circ$$
$$E = 2E_0 \cos 30^\circ$$

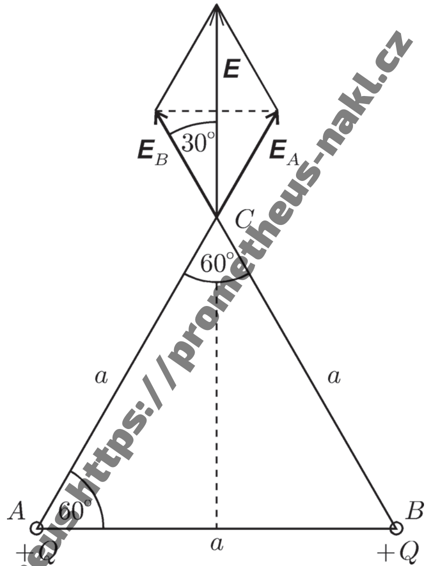
a po dosazení $E_0 = k\dfrac{Q}{a^2}$ dostáváme

$$E = 2k\frac{Q}{a^2}\cos 30^\circ .$$

Číselně

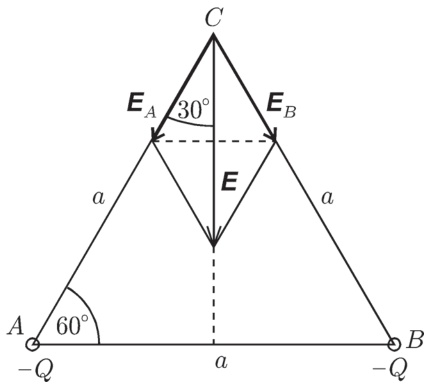
$$E = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{0{,}5^2} \cdot \cos 30^\circ\ \mathrm{V \cdot m^{-1}} \doteq$$
$$\doteq 6{,}2 \cdot 10^4\ \mathrm{V \cdot m^{-1}} =$$
$$= 62\ \mathrm{kV \cdot m^{-1}}.$$

Jestliže náboje v bodech A a B jsou kladné, má intenzita elektrického pole v třetím vrcholu rovnostranného trojúhelníku velikost 62 $\mathrm{kV \cdot m^{-1}}$ a směr svisle vzhůru.



Obr. 9

b) Jestliže oba náboje umístěné v bodech A a B jsou záporné (obr. 10), mají intenzity elektrického pole $\boldsymbol{E}_A$ a $\boldsymbol{E}_B$ o velikostech $E_0 = |\boldsymbol{E}_A| = |\boldsymbol{E}_B|$ opačný směr než v předcházejícím případě a v důsledku toho má opačný směr také hledaná intenzita elektrického pole $\boldsymbol{E}$ v bodě C. Její velikost je opět 62 $\mathrm{kV \cdot m^{-1}}$.



Obr. 10

Řešení

σ, ε_0; $E = ?$

Intenzita elektrického pole v těsné blízkosti u povrchu koule má velikost

$$E_0 = k\frac{Q}{r^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \tag{a}$$

kde r je poloměr koule, σ plošná hustota náboje a ε_0 permitivita vakua. Bod, ve kterém uvažujeme intenzitu elektrického pole, je ve vzdálenosti $2r$ od povrchu koule a tedy $3r$ od jejího středu. Velikost intenzity elektrického pole v tomto bodě je proto

$$E = k\frac{Q}{(3r)^2} = \frac{1}{9}k\frac{Q}{r^2}.$$

Dosadíme-li do tohoto vztahu za $k\dfrac{Q}{r^2}$ z rovnice (a), dostaneme

$$E = \frac{1}{9}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Hledaná velikost intenzity elektrického pole je $E = \dfrac{1}{9}\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

✎ *Poznámka*

Jiný způsob řešení této úlohy je patrný z následujícího zápisu:

$$E = k\frac{Q}{(3r)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma S}{9r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma 4\pi r^2}{9r^2} = \frac{1}{9}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

PRÁCE V ELEKTRICKÉM POLI. ELEKTRICKÉ NAPĚTÍ A POTENCIÁL

Úloha 24

V homogenním elektrickém poli s intenzitou o velikosti 20 kV $\cdot$ m^{-1} se působením elektrické síly přemístí částice s nábojem 100 μC po dráze 4 cm. Jakou práci síla vykoná, jestliže se částice přemísťuje po elektrické siločáře?

Řešení

$Q_0 = 100\ \mu\text{C} = 10^{-4}\ \text{C}$, $E = 20\ \text{kV}\cdot\text{m}^{-1} = 2\cdot 10^4\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1}$,
$d = 4\cdot 10^{-2}\ \text{m}$; $W = ?$

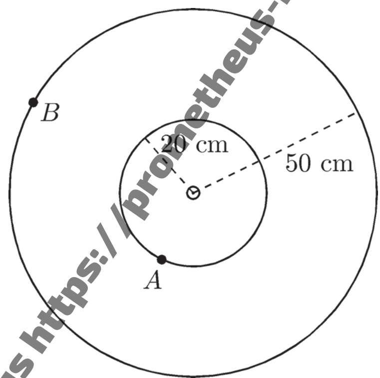
$$\text{Číselně}\quad W = 9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}\cdot 167\cdot 10^{-9}\left(\frac{1}{0{,}05}-\frac{1}{0{,}2}\right)\ \mathrm{J} \doteq$$

$$\doteq 2{,}25\cdot 10^{-5}\ \mathrm{J} \doteq 23\cdot 10^{-6}\ \mathrm{J} = 23\ \mu\mathrm{J}.$$

Elektrické síly vykonají práci 23 μJ.

Úloha 33

Na obr. 16 je znázorněn kladný bodový náboj Q, který vytváří radiální elektrické pole. Užitím údajů uvedených na obrázku určete napětí mezi body A a B.



Obr. 16

Řešení

Z obrázku je patrné, že vzdálenost bodu A od bodového náboje $Q = 0{,}2\ \mu\mathrm{C} = 2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$ je $r_A = 20\ \mathrm{cm} = 0{,}2\ \mathrm{m}$, vzdálenost bodu B od téhož náboje je $r_B = 50\ \mathrm{cm} = 0{,}5\ \mathrm{m}$. Pro hledané napětí mezi body A a B proto platí

$$U = \varphi_A - \varphi_B = k\frac{Q}{r_A} - k\frac{Q}{r_B} = kQ\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right),$$

kde φ_A a φ_B jsou potenciály bodů A a B.

$$\text{Číselně}\quad U = 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-7}\left(\frac{1}{0{,}2}-\frac{1}{0{,}5}\right)\ \mathrm{V} = 5{,}4\cdot 10^3\ \mathrm{V} = 5{,}4\ \mathrm{kV}.$$

Mezi body A a B je napětí 5,4 kV.

Úloha 34

Kladně nabitý kulový vodič o poloměru 5 cm vytváří v bodě vzdáleném 1 m od středu koule elektrické pole o intenzitě $1\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}$. Jaký je potenciál kulového vodiče?

Řešení

$r_0 = 0{,}05\ \mathrm{m}$, $r = 1\ \mathrm{m}$, $E = 1\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}$; $\varphi = ?$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{a odtud} \quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Náboj kondenzátoru, který je při sériovém zapojení na obou kondenzátorech stejný, lze vyjádřit vztahem

$$Q = CU = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U.$$

Dosadíme-li tento náboj do vztahů $U_1 = \dfrac{Q}{C_1}$ a $U_2 = \dfrac{Q}{C_2}$, dostaneme

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2) C_1} U = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2) C_2} U = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U.$$

ENERGIE KONDENZÁTORU

Úloha 59

Jaká energie se uvolní při vybití deskového kondenzátoru nabitého na napětí 2 kV? Obsah plochy každé z desek kondenzátoru je 0,2 m^2, vzdálenost mezi deskami je 2 mm, relativní permitivita dielektrika kondenzátoru je 10 a permitivita vakua $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C$^2 \cdot$ N$^{-1} \cdot$ m^{-2}.

Řešení

$U = 2 \cdot 10^3$ V, $S = 0{,}2$ m^2, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C$^2 \cdot$ N$^{-1} \cdot$ m^{-2}, $\varepsilon_\mathrm{r} = 10$,
$d = 2 \cdot 10^{-3}$ m; $E_\mathrm{e} = ?$

Jestliže do vztahu pro energii kondenzátoru $E_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2} CU^2$ dosadíme ze vzorce pro kapacitu deskového kondenzátoru $C = \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} \dfrac{S}{d}$, dostaneme

$$E_\mathrm{e} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} S U^2}{2d}.$$

Číselně $$E_\mathrm{e} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 0{,}2 \cdot \left(2 \cdot 10^3\right)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\ \mathrm{J} = 0{,}0177\ \mathrm{J} \doteq 1{,}8 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J} = 18\ \mathrm{mJ}.$$

Při vybití deskového kondenzátoru se uvolní energie 18 mJ.

4.2 ELEKTRICKÝ PROUD V KOVECH

ELEKTRICKÝ PROUD. OHMŮV ZÁKON PRO ČÁST OBVODU

Elektrický proud je uspořádaný pohyb elektricky nabitých částic. Jako fyzikální veličina je konstantní elektrický proud definován vztahem

$$I = \frac{Q}{t},$$

kde Q je celkový náboj, který projde průřezem vodiče za dobu t.

Ohmův zákon pro část obvodu lze vyjádřit vztahem

$$I = \frac{U}{R},$$

ve kterém R je elektrický odpor té části obvodu, na které je napětí U, a I je proud procházející touto částí.

MODEL VEDENÍ ELEKTRICKÉHO PROUDU V KOVOVÉM VODIČI

Elektrický proud v kovech se uskutečňuje prostřednictvím *volných (vodivostních) elektronů*. Vodivostní elektrony vykonávají v kovovém vodiči tepelný pohyb. Po zapojení zdroje napětí se uvnitř vodiče rozšíří rychlostí světla elektrické pole, které způsobuje, že vedle tepelného pohybu vznikne ve vodiči také uspořádaný pohyb vodivostních elektronů.

ODPOR KOVOVÉHO VODIČE

Odpor kovového vodiče je určen vztahem

$$R = \varrho \frac{l}{S},$$

kde l je délka vodiče, S obsah příčného řezu vodiče a ϱ *rezistivita (měrný odpor)* látky, z níž je vodič zhotoven.

MODEL VEDENÍ ELEKTRICKÉHO PROUDU V KOVOVÉM VODIČI

Úloha 68

Příčným průřezem vodiče projde za každou sekundu $6{,}25 \cdot 10^{12}$ volných elektronů. Určete proud procházející vodičem. Elementární elektrický náboj je $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Řešení

$N = 6{,}25 \cdot 10^{12}$, $t = 1$ s, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $I = ?$

Pro hledaný proud I platí

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{Ne}{t} = \frac{6{,}25 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1}\ \mathrm{A} = 10^{-6}\ \mathrm{A} = 1\ \mu\mathrm{A}.$$

Vodičem prochází proud 1 μA.

Úloha 69

Vzdálenost elektrárny od města, které elektrárna zásobuje elektrickou energií, je 900 km. Za jakou dobu od zapnutí proudu v elektrárně začnou ve městě pracovat elektrické spotřebiče? Rychlost, kterou se ve vodiči šíří elektrické pole, je stejná jako rychlost světla ve vakuu $3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Řešení

$s = 900\ \mathrm{km} = 9 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m}$, $c = 3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $t = ?$

Po zapnutí proudu se začne ve vodiči šířit elektrické pole rychlostí světla $3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Vzdálenost mezi elektrárnou a městem urazí toto pole za dobu

$$t = \frac{s}{c} = \frac{9 \cdot 10^{5}}{3 \cdot 10^{8}}\ \mathrm{s} = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{ms}.$$

Po zapnutí proudu v elektrárně začnou pracovat elektrické spotřebiče ve městě za 3 ms.

✎ *Poznámka*

Velkou rychlost šíření proudu ve vodiči lze vysvětlit tím, že se po zapojení proudu rozšíří uvnitř vodiče elektrické pole rychlostí světla, které pak uvádí vodivostní elektrony do uspořádaného pohybu. Rychlost, kterou se pohybují vodivostní elektrony, je přitom velmi malá (viz úlohu č. 71).

ENERGIE MAGNETICKÉHO POLE

Úloha 167

Cívkou o indukčnosti 0,6 H prochází proud 20 A. Jaká je energie magnetického pole této cívky? Jak se změní tato energie, jestliže se proud v cívce zmenší dvakrát?

Řešení

$L = 0{,}6$ H, $I = 20$ A; $E_\mathrm{m} = ?$, $E_\mathrm{m1} = ?$

Pro energii magnetického pole cívky platí

$$E_\mathrm{m} = \frac{1}{2}LI^2.$$

$$\text{Číselně} \quad E_\mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 20^2 \text{ J} = 120 \text{ J}.$$

Jestliže se proud v cívce zmenší dvakrát, zmenší se energie jejího magnetického pole na hodnotu

$$E_\mathrm{m1} = \frac{1}{2}L\left(\frac{I}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{4}E_\mathrm{m}.$$

Energie magnetického pole cívky je 120 J. Jestliže se proud v cívce zmenší dvakrát, zmenší se energie magnetického pole cívky na $\frac{1}{4}$ původní hodnoty.

Úloha 168

Jaký proud musí procházet cívkou o indukčnosti 0,5 H, aby energie jejího magnetického pole byla 100 J?

Řešení

$L = 0{,}5$ H, $E_\mathrm{m} = 100$ J; $I = ?$

Ze vztahu pro energii magnetického pole cívky

$$E_\mathrm{m} = \frac{1}{2}LI^2 \quad \text{vyplývá} \quad I = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{m}}{L}}.$$

ÚLOHY

ELEKTROMAGNETICKÉ KMITÁNÍ

Úloha 201

V oscilačním obvodu je zapojena cívka o indukčnosti 0,2 μH a kondenzátor, jehož kapacitu lze měnit v rozmezí od 50 pF do 500 pF. Určete interval frekvencí, na které je možné tento obvod naladit.

Řešení

$L = 0{,}2\ \mu\text{H} = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{H}$, $C_1 = 50\ \text{pF} = 50 \cdot 10^{-12}\ \text{F}$,
$C_2 = 500\ \text{pF} = 500 \cdot 10^{-12}\ \text{F}$; $f_1 = ?$, $f_2 = ?$

Z Thomsonova vztahu pro frekvenci vlastního kmitání oscilačního obvodu

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

pro obě mezní frekvence vyplývá

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad \text{a} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}.$$

Číselně

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{0{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^{-12}}}\ \text{Hz} \doteq 5 \cdot 10^7\ \text{Hz}$$

$$f_2 = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{0{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 500 \cdot 10^{-12}}}\ \text{Hz} \doteq 1{,}6 \cdot 10^7\ \text{Hz}.$$

Frekvence oscilačního obvodu se může měnit přibližně od $1{,}6 \cdot 10^7$ Hz do $5 \cdot 10^7$ Hz.

Úloha 202

Oscilační obvod, jehož cívka má indukčnost 20 μH, je naladěn na frekvenci 5 MHz. Jaké je kapacita kondenzátoru zařazeného do tohoto obvodu?

Řešení

$L = 20\ \mu\text{H} = 20 \cdot 10^{-6}\ \text{H}$, $f = 5\ \text{MHz} = 5 \cdot 10^6\ \text{Hz}$; $C = ?$
